MFA-M1 et MADOCS-M1
2008/2009
Analyse fonctionnelle et EDP

TD n^{o}3: Intégrales de surface

Exercice 1. Calculer l'aire de la sphère de rayon R et de centre 0 dans $\mathbb{R}^3$.

a) En paramétrant une demi-sphère à l'aide de coordonnées cartésiennes.

b) En paramétrant la sphère à l'aide de coordonnées sphériques.

Exercice 2. Calculer le volume de la boule de $\mathbb{R}^3$ de centre O et de rayon R (on pourra utiliser la formule d'intégration par parties).

Exercice 3. On considère une ellipse de centre O, de demi-grand axe de longueur a et de demi-petit axe de longueur b, i.e. l'ellipse d'équation $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

a) Donner une représentation paramétrique de l'ellipse.

b) A l'aide de la formule d'intégration par parties, calculer l'aire de l'intérieur de l'ellpise.

Exercice 4. Dans $\mathbb{R}^3$, un tore est une surface engendrée par la révolution d'un cercle C autour d'une droite D. On prendra ici pour C le cercle contenu dans le plan (xOz), de centre $A = (R, 0, 0)$ et de rayon a, et pour D l'axe Oz. On supposera que $R > a$.

a) Donner une équation paramétrique du cercle C (dans $\mathbb{R}^3$). Rappeler la matrice M_θ de la rotation d'axe $0z$ et d'angle θ (exprimée dans la base canonique), et en déduire une paramétrisation du tore.

b) Calculer la surface du tore.

c) Calculer le volume de l'intérieur du tore.