

---

## TD n°1: Expérience aléatoire

---

**Exercice 1.** On considère un espace de probabilité  $(\Omega, P)$ , et  $A$  et  $B$  deux évènements quelconques.

a) On suppose que  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  et  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Déterminer  $P(\bar{A})$ ,  $P(\bar{A} \cup B)$ ,  $P(A \cup B)$  et  $P(A \cap \bar{B})$ .

b) On suppose cette fois que  $P(A) = \frac{1}{6}$  et  $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ . Calculer  $P(B)$  lorsque:

(1)  $A$  et  $B$  sont incompatibles.

(2)  $A$  et  $B$  sont indépendants (i.e.  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ).

(3)  $A \subset B$ .

c) Donner la probabilité de “Au moins l’un des évènements  $A$  ou  $B$  a lieu” puis celle de “Exactement un des évènements  $A$  ou  $B$  a lieu”.

**Exercice 2.** On jette 2 dés simultanément.

a) Soient les 2 évènements suivants:  $A$ : “On n’obtient pas un double” et  $B$ : “la somme des dés est 6”. Décrire l’évènement  $\overline{(A \cup B)}$ .

b) Soient  $A_0$ : “les deux nombres obtenus sont pairs”,  $A_1$ : “les deux nombres obtenus sont impairs” et  $B$ : “la valeur absolue de la différence des points vaut 4”.

Calculer la probabilité de  $A_0 \cap B$  et de  $A_1 \cap B$ .

c) Même question si on jette les dés successivement.

**Exercice 3.** On dispose d’un jeu de 32 cartes, et on distribue une main de 5 cartes. Quelles est la probabilité d’obtenir:

a) Exactement un as.

b) Au moins un as.

c) Exactement 3 sept et 1 huit.

d) Exactement 4 piques dont le valet.

e) Exactement 1 as et 4 coeurs.

**Exercice 4.** Le programme d’un examen comporte 100 sujets. Trois d’entre eux sont tirés au sort, parmi lesquels le candidat choisit. Un candidat n’ayant étudié qu’un quart des sujets se présente à l’examen. Quelle est la probabilité que ce candidat ait étudié :

a) Les trois sujets proposés?

b) Deux de ces trois sujets?

c) Aucun des trois?

d) Au moins l’un des trois?

**Exercice 5.** Parmi une classe de 23 étudiants, quelle est la probabilité pour que au moins deux d'entre eux fêtent leur anniversaire le même jour? Pour simplifier, on supposera que tous les jours sont équiprobables et qu'il n'y a pas d'année bissextile.

**Exercice 6.** On joue au jeu de "Pile ou face" avec une pièce. On s'intéresse à l'évènement  $A_{k,n}$  : "Obtenir exactement  $k$  piles aux  $n$  premiers lancers".

a) On suppose la pièce non truquée.

(1) On joue une fois. Décrire  $(\Omega, P)$ .

(2) On joue 5 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 piles?

b) On suppose cette fois la pièce truquée, on a 75% de chance de tomber sur pile.

(1) On joue une fois. Décrire  $(\Omega, P)$ .

(2) On joue 5 fois. Donner  $P(A_{2,5})$  et  $P(A_{4,5})$ .

(3) On joue  $n$  fois. donner  $P(A_{2,n})$  et  $P(A_{k,n})$ .

c) On suppose cette fois la pièce truquée, avec la probabilité  $p$  d'obtenir pile. Donner  $P(A_{k,n})$ .

**Exercice 7.** On dispose d'une urne contenant  $n_1$  boules rouges et  $n_2$  boules noires, parmi lesquelles on tire  $N$  boules. On cherche à calculer la probabilité de l'évènement  $A_k$  : "obtenir  $k$  boules rouges".

a) On a 8 boules rouges et 5 boules noires dans l'urne, et on en tire 6 au hasard. Quelle est la probabilité de tirer 2 rouges? 4 rouges? aucune rouge?

b) On revient à notre urne de départ. Donner  $\Omega$  et  $p(A_k)$ .

**Exercice 8.** On lance plusieurs fois un dé non pipé.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair pour la première fois au  $k$ -ième lancer?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 pour la première fois au  $k$ -ième lancer?

**Exercice 9. (Partiel Octobre 2007)** Une urne contient 7 boules blanches, 4 boules noires et 5 boules rouges. On tire successivement et sans remise 3 boules dans cette urne.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une boule blanche?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir d'abord une boule blanche puis deux boules rouges?