
TD n°2: Probabilités conditionnelles

Exercice 1. On lance un dé rouge et un dé noir tous deux équilibrés. Calculer les probabilités que l'on obtienne :

- un 2 avec le dé rouge sachant que la somme des points est 6.
- un nombre pair avec le dé rouge sachant que la somme des points est 6.
- un nombre pair avec le dé rouge sachant que la somme des points est au plus 6.
- au moins un nombre pair sachant que la somme des points est au plus 10.

Exercice 2. Une entreprise fabrique un même article dans trois usines A, B, et C, qui produisent respectivement 50%, 30% et 20% du total de la production. Statistiquement:

- 3% des articles fabriqués par l'usine A sont défectueux.
- 4% des articles fabriqués par l'usine B sont défectueux.
- 5% des articles fabriqués par l'usine C sont défectueux.

- Calculer la probabilité qu'un article produit soit défectueux.
- Sachant qu'un article est défectueux, de quelle usine est-il plus probable qu'il provienne?

Exercice 3. Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie contagieuse. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y avait parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y avait un malade sur douze parmi les vaccinés.

Quelle était la probabilité de tomber malade pour un individu non vacciné?

Exercice 4. Une classe est composée de 12 garçons dont 8 étudient l'anglais, et de 24 filles dont n étudient l'anglais. On choisit un élève au hasard. On note G l'évènement "être un garçon", F l'évènement "être une fille" et A l'évènement "étudier l'anglais".

- Calculer $P(G)$ et $P(A/G)$.
 - Exprimer $P(A)$ en fonction de n .
 - Pour quelle valeur de n les évènements A et G sont-ils indépendants?
- Calculer $P(F)$.
 - Exprimer $P(A/F)$ en fonction de n .
 - Pour quelle valeur de n les évènements A et F sont-ils indépendants?

Exercice 5. Sur une population P , les groupes sanguins se répartissent de la façon suivante:

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Pour chaque groupe, la proportion d'individus possédant ou non le facteur rhésus se répartit d'après le tableau suivant:

	A	B	AB	O
Rh ⁺	82%	81%	83%	80%

Un individu ayant le groupe O et un rhésus négatif est appelé *donneur universel*.

- A quelles probabilités correspondent les valeurs des 2 tableaux?
- Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population P soit donneur universel? Qu'il soit de rhésus négatif?
- Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard parmi ceux de rhésus négatif soit de groupe O?

Exercice 6. Le dépistage systématique d'une maladie (rare) est effectué sur une population dont 0.1% des individus est malade, le test utilisé donne 95% de résultats positifs pour les personnes atteintes par la maladie, et 1% de résultat positifs pour les personnes non atteintes.

Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard soit:

- indemne sachant que le test a donné un résultat négatif?
- atteinte sachant que le test a donné un résultat positif? Peut-on expliquer ce résultat?

Exercice 7. (Partiel Octobre 2007) On dispose de 2 urnes U_1 et U_2 . L'urne U_1 contient 4 boules blanches et 2 boules rouges, et l'urne U_2 contient 3 boules blanches et 6 boules rouges.

1) On lance un dé à 6 faces "honnête" (toutes les faces sont équiprobables), puis on tire une boule:

- dans l'urne U_1 si le chiffre obtenu est impair,
- dans l'urne U_2 si le chiffre obtenu est pair.

- Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge?
 - Quelle est la probabilité d'avoir obtenu un chiffre pair avec le dé sachant que la boule tirée est blanche?
 - Quelle est la probabilité d'avoir obtenu le chiffre "2" avec le dé sachant que la boule tirée est blanche?
- 2) On lance à nouveau le dé, puis on tire successivement et avec remise 2 boules:
- dans l'urne U_1 si le chiffre obtenu est impair,
 - dans l'urne U_2 si le chiffre obtenu est pair.
- Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules rouges?
 - Quelle est la probabilité que la seconde boule tirée soit rouge sachant que la première est rouge?

Exercice 8. (Examen Décembre 2007) On considère une population composée de 48% d'hommes et de 52% de femmes. La probabilité qu'un homme soit daltonien est de 0,005 et la probabilité qu'une femme soit daltonienne est de 0,0025. (Le daltonisme est en partie déterminé par un gène situé sur le chromosome X).

- Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard dans cette population soit daltonienne?
- Une personne choisie au hasard dans cette population est daltonienne. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme?