

---

## TD n°0 : Développements limités et équivalents

---

**Exercice 1.** Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer les développements limités en 0 à l'ordre 3 et en déduire un équivalent simple.

a)  $f_1(x) = \cosh(x) - \cos(x)$ .

e)  $f_5(x) = \frac{\sin(x)}{\sinh(x)}$ .

b)  $f_2(x) = (1 + x^2)^{-1}e^{1+x}$ .

f)  $f_6(x) = \tan(x)$ .

c)  $f_3(x) = \sin(x)$ .

g)  $f_7(x) = \sin(x) - \tan(x)$ .

d)  $f_4(x) = e^{\sin(x)}$ .

h) La différence entre les équivalents des fonctions  $f_3$  et  $f_6$  coïncide-t-elle avec l'équivalent de la fonction  $f_7$ ?

**Exercice 2.** Pour chacune des fonctions suivantes, effectuer le DL puis donner un équivalent simple de la fonction au point considéré.

a)  $f(x) = \tan(x)$  à l'ordre 2 en  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

b)  $g(x) = \ln(x)$  à l'ordre 3 en  $x_0 = 1$ .

c)  $h(x) = \ln(1 + \cos^2(x))$  à l'ordre 2 en  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

**Exercice 3.** Déterminer les développements limités en  $+\infty$  des fonctions suivantes et en déduire un équivalent simple en  $+\infty$ . Faire la même chose pour la fonction  $f_4$  en  $-\infty$ .

a)  $f_1(x) = e^{1/x} - \cos(1/x)$  à l'ordre 2.

c)  $f_3(x) = x \sin(1/x)$  à l'ordre 2.

b)  $f_2(x) = (1 + x)^{-2}$  à l'ordre 4.

d)  $f_4(x) = (1 + x^2)^{-3/2}$  à l'ordre 3.

**Exercice 4.** Déterminer un équivalent simple en  $+\infty$  des fonctions  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln x}$  et  $g(x) = \frac{1}{\cosh x}$ . Déterminer un équivalent de  $g$  en  $-\infty$ .

**Exercice 5.** Déterminer un équivalent simple des fonctions suivantes.

a)  $f_1(x) = \sin\left(\frac{x+1}{x^2+2}\right)$  en  $+\infty$ .

d)  $f_4(x) = \frac{e^{2x} - 2\sin(x) - \cos(x)}{x + \ln(1+x) + \cos(x) - e^x}$  en 0 et en  $+\infty$ .

b)  $f_2(x) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$  en 0 et en  $+\infty$ .

e)  $f_5(x) = \frac{e^x - \cos(x) + (1+x)^5 + x - 1}{\ln(1+x^2) + 3\sin(x) - \tan(x)}$  en 0.

c)  $f_3(x) = \frac{(1 - \cos(x)) \arctan(x)}{x\sqrt{x} \sin^2(x)}$  en 0.