

## *Étude mathématique de quelques systèmes quantiques ouverts*

**Résumé :** Ce mémoire est consacré à l'étude mathématique de quelques modèles de systèmes quantiques ouverts. Par opposition avec un système isolé, un système  $\mathcal{S}$  est dit ouvert lorsqu'il est interagit avec un ou plusieurs autres systèmes souvent appelés environnement.

Le premier chapitre concerne l'étude générale des systèmes dits "d'interactions répétées" dans lesquels l'environnement est constitué d'une suite de sous-systèmes indépendants avec lesquels le système  $\mathcal{S}$  interagit de façon séquentielle. Plusieurs situations sont considérées: interactions idéales (les interactions sont toutes identiques et ont la même durée), avec un aléa supplémentaire, ou lorsque  $\mathcal{S}$  est couplé à un réservoir additionnel.

Le deuxième chapitre présente deux modèles spécifiques de tels systèmes d'interactions répétées. Le premier décrit l'expérience du "Maser à un atome" dans lequel un faisceau d'atomes interagit avec un mode du champ électromagnétique quantifié et piégé dans une cavité. Le second décrit un électron sans spin, dans l'approximation des liaisons fortes, soumis à un champ électrique constant, et qui va interagir avec une chaîne d'atomes à 2 niveaux à l'équilibre thermique.

Dans le troisième chapitre on s'intéresse à des hamiltoniens linéaires ou quadratiques sur l'espace de Fock symétrique (décrivant l'environnement), et interagissant éventuellement avec un petit système confiné. Plus précisément on s'intéresse au problème de la définition de ces hamiltoniens ainsi qu'à leurs propriétés spectrales (existence d'un état fondamental, . . .).

Dans le dernier chapitre, on présente enfin deux résultats concernant les matrices aléatoires. Le premier concerne la convergence de produits de certains types de matrices aléatoires. Le second concerne l'invertibilité de grandes matrices aléatoires dans le cas où les coefficients de celles-ci sont des variables indépendantes mais pas nécessairement identiquement distribuées.

## *Mathematical analysis of some open quantum systems*

**Abstract :** This thesis is devoted to the mathematical analysis of some open quantum systems. By opposition with an isolated system, a quantum system  $\mathcal{S}$  is called *open* when it interacts with one or several other systems often called environment.

The first chapter deals with the general analysis of so-called "repeated interaction systems" in which the environment consists in a sequence of independent subsystems with which the system  $\mathcal{S}$  interacts in a sequential manner. Various situations will be considered: ideal interactions (all the interactions are identical and have the same duration), where some randomness is added, or when  $\mathcal{S}$  is connected to an additional reservoir.

The second chapter presents two concrete models of such repeated interaction systems. The first one describes the "One-atom Maser" experiment in which a beam of atoms interacts with one mode of the quantized electromagnetic field in a microwave cavity. The second one describes a spinless electron in the single band tight-binding approximation, and subject to a homogeneous static electric field, which will interact with a chain of two-level atoms in thermal equilibrium.

In the third chapter we consider linear or quadratic Hamiltonians on the bosonic Fock space (describing the environment), and possibly interacting with a confined small system. More precisely we are interested in giving a precise meaning to these hamiltonians as well as in their spectral properties (existence of a ground state, . . .).

In the last chapter we present two results about random matrices. The first one is about the convergence of products of a certain type of random matrices. The second one concerns the singularity of large random matrices in the case where its entries are independent but not necessarily identically distributed.